TORRES ELECTRÓNICO
http://torreselectronico.com

Unidad Orientativa

(Instrumentación)

“Teoría Caudal”

Índice Temario

Fuentes:
http://es.wikipedia.org
http://www.vitutor.net/
http://ar.geocities.com/electronicabahia
http://www.rincondelvago.com
Libros – Apuntes de materia:
- Instrumentación y Técnicas de Medidas en Ingeniería Mecánica (***Creus Solé, Antonio.***)
- Física I-II (Universidad Tecnológica Nacional)
- Control Mecánico I (Universidad Tecnológica Nacional)
- Instrumentación

Caudal (fluido)

Definición

En dinámica de fluidos, **caudal** es la cantidad de fluido que pasa por determinado elemento en la unidad de tiempo. Normalmente se identifica con el flujo volumétrico o volumen que pasa por una área dada en la unidad de tiempo. Menos frecuentemente, se identifica con el flujo másico o masa que pasa por una área dada en la unidad de tiempo. El caudal de un río puede calcularse a través de la siguiente fórmula:

$$Q = A\bar{v}$$

Donde:

Q Caudal ($[L^3T^{-1}]$; m^3/s)
A Es el area ($[L^2]$; m^2)
$\bar{v}$ Es la velocidad linear promedio. ($[LT^{-1}]$; m/s)

Dada una sección de área *A* atravesada por un fluido con velocidad uniforme *v*, si esta velocidad forma con la perpendicular a la superficie *A* un ángulo θ, entonces el flujo se calcula como

$$\phi = A \cdot v \cdot \cos\theta.$$

En el caso particular de que el flujo sea perpendicular al área A (por tanto θ = 0 y cosθ = 1) entonces el flujo vale

$$\phi = A \cdot v.$$

Si la velocidad del fluido no es uniforme o si el área no es plana, el flujo debe calcularse por medio de una integral:

$$\phi = \iint_S \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S}$$

donde ***d*S** es el vector superficie, que se define como

$$d\mathbf{S} = \mathbf{n}\, dA,$$

donde **n** es el vector unitario normal a la superficie y *dA* un elemento diferencial de área. Si se tiene una superficie *S* que encierra un volumen *V*, el teorema de la divergencia establece que el flujo a través de la superficie es la integral de la divergencia de la velocidad **v** en ese volumen:

$$\iint_S \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V (\nabla \cdot \mathbf{v})\, dV.$$

En física e ingeniería, caudal es la cantidad de fluido que circula por unidad de tiempo en determinado sistema o elemento. Se expresa en la unidad de volumen dividida por la unidad de tiempo (e.g.: m^3/s).

En el caso de cuencas de ríos o arroyos, los caudales generalmente se expresan en metros cúbicos por segundo o miles de metros cúbicos por segundo. Son variables en tiempo y en el espacio y esta evolución se puede representar con los denominados hidrogramas.

El caudal en la ingeniería agrícola e hidráulica

El caudal de un río es fundamental en el dimensionamiento de presas, embalses y obras de control de avenidas. Dependiendo del tipo de obra, se emplean los caudales medios diarios, con un determinado tiempo de recurrencia o tiempo de retorno, o los caudales máximos instantáneos. La forma de obtención de uno y otro es diferente y, mientras para los primeros se puede tomar como base los valores registrados en una estación de medición, durante un número considerable de años, para los segundos, es decir para los máximos instantáneos, muy frecuentemente se deben calcular a través de modelos matemáticos.

La medición práctica del caudal líquido en las diversas obras hidráulicas, tiene una importancia muy grande, ya que de estas mediciones depende muchas veces el buen funcionamiento del sistema hidráulico como un todo, y en muchos casos es fundamental para garantizar la seguridad de la estructura. Existen diversos procedimientos para la determinación del caudal instantáneo, en el punto de medición del caudal se presentan algunas.

Los caudales de los ríos y arroyos

Caudal instantáneo

Como su nombre lo dice, es el caudal que se determina en un instante determinado. Su determinación se hace en forma indirecta, determinado el nivel del agua en el río (N_0), e interpolando el caudal en la curva calibrada de la sección determinada precedentemente. Se expresa en m^3/s.

$$Q_0 = F_q(N_0)$$

Caudal medio diario

Es la media de los caudales instantáneos medidos a lo largo del día. Si la sección de control es del tipo limnimétrico, normalmente se hacen dos lecturas diarias de nivel, cada 12 horas.

$$Q_{md} = \frac{F_q(N_1) + F_q(N_1)}{2}$$

Si la sección es del tipo limnigráfico convencional, es decir que está equipada con un registrador sobre cinta de papel, el hidrólogo decide, en base a la velocidad de variación del nivel del agua, el número de observaciones que considerará en el día. Siendo **M**, el número de puntos considerado, la fórmula anterior se transformará en la siguiente:

$$Q_{md} = \sum_{j=1}^{M} \frac{F_q(N_j)}{M}$$

Se expresa en m³/s.

Si la sección es del tipo telemétrico, donde el registro del nivel del agua se hace a intervalos de tiempo determinado **dt** (en segundos), el número diario de registros será de

$$M = \frac{86,400}{dt},$$

Aplicándose la fórmula anterior.

Caudal medio mensual

El caudal medio mensual es la media de los caudales medios diarios del mes en examen (M = número de días del mes, 28; 30; o, 31, según corresponda):

$$Q_{mm} = \frac{\sum_{i=1}^{M} Q_{md}}{M}$$

Se expresa en m³/s.

Caudal medio anual

El caudal medio anual es la media de los caudales medios mensuales.

$$Q_{ma} = \frac{\sum_{i=1}^{12} Q_{mm}}{12}$$

Se expresa en m³/s.

El aprovechamiento de los ríos depende de del caudal que tienen, es decir, de la cantidad de agua que transporta.

Relación caudal pico/caudal diario

Generalmente, se admite un valor promedio de 1.6 para esta relación, sabiendo que los resultados de numerosos estudios de crecidas extremas en el mundo dan valores de dicho coeficiente variando entre 1,2 y 2,2 (con valor promedio 1,6) con una probabilidad de 90%. Sin embargo, los valores pueden alcanzar valores mucho más elevados para cuencas pequeñas. A título de ejemplo, en la costa norte del Perú, la relación entre caudales medios diarios y caudal máximo instantáneo varía en función del tamaño de la cuenca hidrográfica. Se pueden considerar los siguientes valores:

Relación caudal pico/caudal diario, en la vertiente del Pacífico, en el norte de Perú	
Superficie mayor a 3000 km²	1,2
Superficie comprendida entre 1000 y 3000 km²	1,3
Superficie comprendida entre 800 y 1000 km²	1,4
Superficie comprendida entre 600 y 800 km²	1,6
Superficie comprendida entre 400 y 600 km²	2,0
Superficie comprendida entre 200 y 400 km²	2,5
Superficie menor a 200 km²	de 3,0 hasta 5,0 ó 6,0

Caudal sólido

El **caudal sólido** de un río está constituido por el material arrastrado por la corriente de agua. El arrastre del material sólido se da en tres modalidades, en función de la dimensión de las partículas, de la densidad de las mismas, y de la velocidad del flujo.

Transporte sólido en **suspensión**. Se trata en general de material fino, arcilla, limo y arenas finas. Al bajar la velocidad de la corriente de agua, disminuye su capacidad de arrastre y consecuentemente el material se deposita en el fondo, formando bancos. Este tipo de transporte es el mayor responsable por la colmatación de los embalses.

Transporte sólido por **saltación**. Este movimiento de las partículas es intermitente, y muy variable en función de variaciones localizadas de la velocidad del agua. Este tipo de movimiento se da para partículas de arena más gruesa.

Transporte sólido por **arrastre de fondo**, es característico de flujos torrenciales y el tamaño del material transportado puede llegar a grandes dimensiones de rocas.

Cada sección de un río tiene una determinada capacidad de arrastre de material sólido, que es función de la velocidad del agua, de su profundidad y de la geometría de la sección. Si artificialmente se retira de la corriente el material sólido transportado naturalmente por esta, por ejemplo introduciendo en el cauce del río un embalse, aguas abajo del embalse el flujo se encuentra con una importante capacidad erosiva.

Flujo en tubería

Cuando estudiamos dinámica de fluidos, estudiamos el comportamiento de los flujos de fluidos, es decir el movimiento de estos

Algunas caracteristicas generales del flujo de fluidos

1) Puede ser *estacionario o no estacionario*
2) Puede ser *compresible o incompresible*
3) puede ser *viscosos o no viscosos*
4) El flujo puede ser *rotacional o irrotacional*

La ecuación de continuidad

La conservación de la masa de fluido a través de dos secciones (sean éstas S_1 y S_2) de un conducto (tubería) o tubo de corriente establece que: la masa que entra es igual a la masa que sale.

Definición de **tubo de corriente**: superficie formada por las líde corriente.

Corolario 2: solo hay tubo de corriente si **V** es diferente de **0**.

La ecuación de continuidad se puede expresar como:

$$\rho_1 . S_1 . V_1 = \rho_2 . S_2 . V_2$$

Cuando $\rho_1 = \rho_2$, que es el caso general tratándose de agua, y flujo en régimen permanente, se tiene:

$$S_1.V_1 = S_2.V_2$$

o de otra forma:

$$Q_1 = Q_2 \text{(el caudal que entra es igual al que sale)}$$

Donde:
Q = caudal (m^3 / s)
V = velocidad (m / s)
S = sección del tubo de corriente o conducto (m^2)

Que se cumple cuando entre dos secciones de la conducción no se acumula masa, es decir, siempre que el fluido sea incompresible y por lo tanto su densidad sea constante. Esta condición la satisfacen todos los líquidos y, particularmente, el agua.
En general la geometría del conducto es conocida, por lo que el problema se reduce a estimar la velocidad media del fluido en una sección dada.

El Principio de Bernoulli

A estos efectos es de aplicación el Principio de Bernoulli, que no es sino la formulación, a lo largo de una línea de flujo, de la Ley de conservación de la energía. Para un fluido ideal, sin rozamiento, se expresa

$$\boldsymbol{h + (v^2 / 2g) + (P / \rho g) = constante}$$

Donde:
g = aceleración de la gravedad
ρ = peso específico del fluido
P = presión

Se aprecia que los tres sumandos son, dimensionalmente, una longitud (o altura), por lo que el Principio normalmente se expresa enunciando que, a lo largo de una línea de corriente la suma de la altura geométrica, la altura de velocidad y la altura de presión se mantiene constante.
Cuando el fluido es real, para circular entre dos secciones de la conducción deberá vencer las resistencias debidas al rozamiento con las paredes interiores de la tubería, así como las que puedan producirse al atravesar zonas especiales como válvulas, ensanchamientos, codos, etc. Para vencer estas resistencias deberá emplear o perder una cierta cantidad de energía o, con la terminología derivada del Principio de Bernoulli de altura, que ahora se puede formular, entre las secciones 1 y 2:

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + perdidas(1,2)$$

o lo que es igual

$$(h_1 - h_2) + \frac{(v_1^2 - v_2^2)}{2g} + \frac{(P_1 - P_2)}{\rho g} = perdidas(1,2)$$,

Donde pérdidas (1,2) representa el sumando de las pérdidas continuas (por rozamiento contra las paredes) y las localizadas (al atravesar secciones especiales)

Pérdidas continuas

Las pérdidas por rozamientos son función de la rugosidad del conducto, de la viscosidad del fluido, del régimen de funcionamiento (flujo laminar o flujo turbulento) y del caudal circulante, es decir de la velocidad (a más velocidad, más pérdidas).

Si es **L** la distancia entre los puntos 1 y 2 (medidos a lo largo de la conducción), entonces el cociente **(pérdidas (1,2)) / L** representa la pérdida de altura por unidad de longitud de la conducción se le llama pendiente de la línea de energía. Denominemosla **J**

Cuando el flujo es turbulento (número de Reynolds superior a 4.000; 2000<Re< 4000 Es el flujo de transición; 2000>Re Flujo laminar), lo que ocurre en la práctica totalidad de los casos, existen varias fórmulas, tanto teóricas (Ecuación de Darcy-Weisbach), como experimentales (ecuación de Hazen-Williams, ecuación de Manning, etc), que relacionan la pendiente de la línea de energía con la velocidad de circulación del fluido. Quizás la más sencilla y más utilizada sea la fórmula de Manning:

$$V = K.R_h^{2/3}.J^{0,5}$$

V = velocidad del agua (m/s)

K = coeficiente de rugosidad, depende del material de la tubería y del estado de esta. Existen varias expresiones para este coeficiente calculados en forma experimental por varios investigadores como: Manning; Bazin; Kutter; Strickler, entre otros.

R_h = radio hidráulico de la sección = Área mojada / Perímetro mojado (un cuarto del diámetro para conductos circulares a sección llena) (m)

J = gradiente de energía (m/m)

Pérdidas localizadas

En el caso de que entre las dos secciones de aplicación del Principio de Bernoulli existan puntos en los que la línea de energía sufra pérdidas localizadas (salidas de depósito, codos, cambios bruscos de diámetro, válvulas, etc), las correspondientes pérdidas de altura se suman a las correspondientes por rozamiento. En general, todas las pérdidas localizadas son solamente función de la velocidad, viniendo ajustadas mediante expresiones experimentales del tipo:

$$pl = K * \frac{v^2}{2g}$$

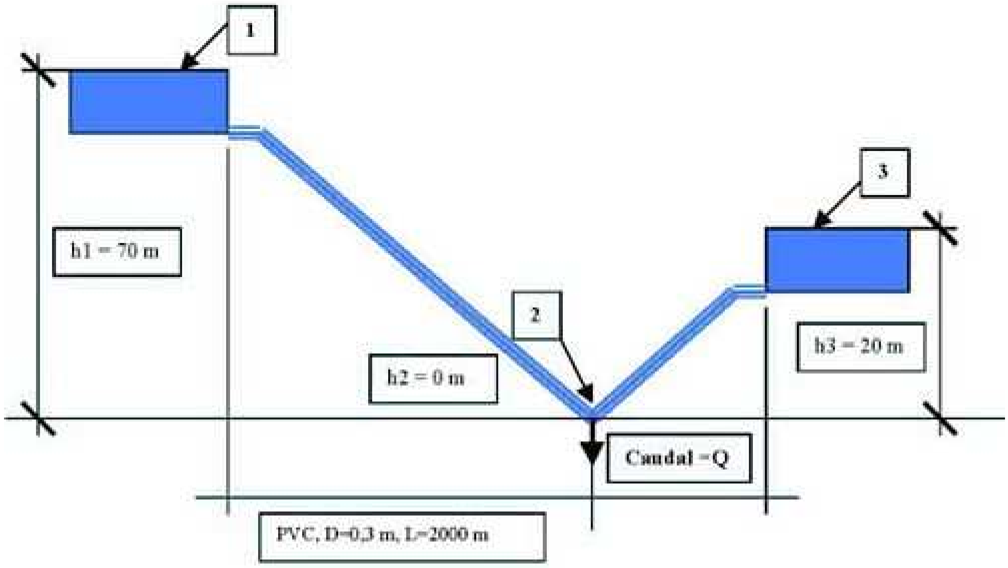
*donde **pl** es la pérdida localizada*

Los coeficientes K se encuentran tabulados en la literatura técnica especializada, o deben ser proporcionados por los fabricantes de piezas para conducciones.

Proceso de cálculo

En el diseño y cálculo práctico de conducciones de agua, se parte de que la geometría de la conducción, es decir las alturas geométricas h, son conocidas. Se hace coincidir la primera sección de cálculo con un punto en que las condiciones de velocidad y presión son también conocidas, por ejemplo la lámina de un depósito (presión nula sobre la presión atmosférica y velocidad nula).
Conocida la presión o la velocidad en cualquier otro punto de la conducción (por ejemplo en un punto de toma, presión nula), aplicando los conceptos expuestos se puede determinar la velocidad y consecuentemente el caudal.
Por supuesto el proceso es iterativo. Inicialmente se supone que el conjunto de pérdidas localizadas (sumatorio de coeficientes K) es nulo, con lo que se determina una velocidad inicial de circulación V0. A partir de esta velocidad se introducen las perdidas localizadas, obteniendo V1 y así sucesivamente, hasta que (Vi - Vj) de las dos últimas iteraciones sea tan pequeño como se desee. Normalmente se obtiene convergencia suficiente con un par de iteraciones.

Ejemplo de aplicación práctica



Sea el sistema hidráulico de la figura compuesto por los siguientes elementos:
Depósito de cabecera (1), cuya lámina de agua se supone constante, y a cota +70,00
Depósito de cola (3), mismas condiciones, cota +20,00
Conducción de unión, PVC, diámetro 300, longitud entre los depósitos 2.000 m
Punto bajo en esta conducción, situado a 1.500 m del deposito de cabecera, a cota 0,00. Existe una toma con válvula por donde se puede derivar caudal.
En estas condiciones, despreciando las pérdidas localizadas, y admitiendo que para el PVC el factor (1/n) en la fórmula de Manning vale 100, determinar.
Con la válvula de toma en el punto bajo cerrada, el caudal que fluye del depósito de cabecera al de cola.

Determinar el máximo valor del caudal que puede evacuarse por el punto bajo (2) con la condición de que del depósito (3) no entre ni salga agua. En esta hipótesis, ¿cual es el valor de la presión en (2)?
Determinar el máximo caudal que puede evacuarse por la toma (2)

Primer caso

En la superficie de los depósitos P1=P3=0 (atmosférica). En esos puntos V1=V3=0 (se supone lámina de agua constante).
Entonces, la aplicación del Principio de Bernoulli al tramo 1-3 expresa: (h1-h3) = pérdidas (1,3) = 50 m
La perdida por rozamiento J, valdrá: J = 50 /2000 = 0,025 Aplicando Manning al conducto:

Q = V.S = 2,85.0,3^2.3,14/4 <> 0,201 m3/s <> **201 l/s**

Segundo caso

La condición de que no haya flujo entre los puntos 2 y 3 implica que la energía total en ambos es la misma. Puesto que la energía total en (3) es 50 m, este será también el valor en (2)
La aplicación de Bernoulli al tramo 1-2 nos da: (70 - 0) + (0^2 - V2^2)/2g + (0 - P2)= Perdidas (1,2), y por otra parte:

70-50 = 0 + V2^2/2g + P2

De donde deducimos que las pérdidas en el tramo son de 20 m
La perdida por rozamiento J, valdrá: J = 20 /1500 = 0,01333 Aplicando Manning al conducto:

V = (1/n). Rh^0,66 . J^0,5 <> 100 . 0,075^0,666 . 0,11547 <> 2,053 m/s, luego
Q = V.S = 2,053 . 0,3^2 . 3,14/4 <> 0,145 m3/s <> **145 l/s**

Y la presión será:
P = 50 - 2,053^2/2*9,81 <> **49,78 m.c.a; aprox 4,97 atm**

Tercer caso

Ahora podrá existir flujo hacia (2), tanto desde (1) como desde (3). El caudal total será la suma del que se obtiene por cada rama.
La energía total en (2) en este caso será, puesto que P1 = P2 = P3 = 0, y h2=0, igual exclusivamente a la altura de velocidad. La despreciamos en una primera iteración.
Por el ramal 1-2; Pérdidas = 70 m, J = 70 /1500 = 0,04666, y
V = 100 . 0,075^0,666 . 0,216 <> 3,8418 m/s
Por el ramal 3-2; Pérdidas = 50 m, J = 50 / 500 = 0,1 , y

V = 100 . 0,075^0,666 . 0,316 <> 5,6239 m/s
y **Q** = (3,8418 + 5,6239) . 0,3^2 . 3,14/4 <> 0,670 m3/s <> **670 l/s**.
Puesto que la velocidad del agua en la salida no es nula, sino (3,8418+5,6239)= 9,4657, la energía en (2) para una segunda iteración valdría 9,4657^2 /2 . 9,81 <> 4,566 m,
Repetiríamos el calculo con una pérdida de (70 - 4,566) = 65,43 m en el ramal 1-2, y (50 - 4,566) = 45,43 m en el ramal 3-2,
obteniéndose un caudal total ligeramente inferior al obtenido en la primera iteración

Cálculo de caudal de agua en tubería

El **cálculo del caudal de agua viene expresado por la ecuación de continuidad:**

$$Q = V \cdot S$$

en la que:
Q es el caudal (m³/s)
V es la velocidad (m/s)
S es la sección de la tubería (m²)

Para que el fluido discurra entre dos puntos a lo largo de una línea de flujo, debe existir una diferencia de energía entre esos dos puntos. Esta diferencia corresponderá, exactamente, a las pérdidas por rozamiento, que son función de los organismos.
La rugosidad del conducto
La viscosidad del fluido
El régimen de funcionamiento (régimen laminar o régimen turbulento)
El caudal circulante, es decir de la velocidad (a más velocidad, más pérdidas)
El cálculo de caudales se fundamenta en el Principio de Bernoulli que, para un fluido sin rozamiento, se expresa como:

$$h + \frac{v^2}{2g} + \frac{P}{\rho} = constante$$

Donde:
g es la aceleración de la gravedad
ρ es el peso específico del fluido
P es la presión

Se aprecia que los tres sumandos son, dimensionalmente, una longitud, por lo que el principio normalmente se expresa enunciando que, a lo largo de una línea de corriente, la suma de la **altura geométrica** (*h*) la **altura de velocidad** ($\frac{v^2}{2g}$) y la **altura de presión** ($\frac{P}{\rho}$) se mantiene constante.

Considerando el rozamiento, la ecuación entre dos puntos 1 y 2 se puede expresar como:

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho} + perdidas(1,2)$$

o lo que es igual

$$(h_1 - h_2) + \frac{(v_1^2 - v_2^2)}{2g} + \frac{(P_1 - P_2)}{\rho} = perdidas(1,2)$$

,

Donde pérdidas(1,2) es la pérdida de energía (o de altura) que sufre el fluido por rozamiento al circular entre el punto 1 y el punto 2. Esta ecuación es aplicable por igual al flujo por tuberías como por canales y ríos.

Si **L** es la distancia entre los puntos 1 y 2 (medidos a lo largo de la conducción), entonces el cociente **(pérdidas (1,2)) / L** representa la pérdida de altura por unidad de longitud de la conducción. A este valor se le llama pendiente de la línea de energía y se lo denomina **J**.

Fórmulas experimentales

Existen varias fórmulas experimentales que relacionan la pendiente de la línea de energía con la velocidad de circulación del fluido. Cuando éste es agua, quizás la más sencilla y más utilizada sea la fórmula de Manning:

$$V = \frac{1}{n} \cdot R_h^{\frac{2}{3}} \cdot J^{0,5}$$

n es el coeficiente de rugosidad, depende del material de la tubería

$\boldsymbol{R_h}$ es el radio hidráulico de la sección (área / perímetro mojado = un cuarto del diámetro para conductos circulares a sección plena).

En general, las alturas geométricas son un dato. De esta manera, conocidas las condiciones en un punto (por ejemplo, en un depósito la velocidad nula en la superficie y la presión es la presión atmosférica) y la geometría de la conducción, se pueden deducir las características del flujo (velocidad y presión) en cualquier otro.

, todas las pérdidas localizadas son solamente función de la velocidad, viniendo ajustadas mediante expresiones experimentales del tipo:

$$Perdida\ localizada = K \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Los coeficientes K se encuentran tabulados en la literatura técnica especializada, o deben ser proporcionados por los fabricantes de piezas para conducciones. En general si se realiza el cálculo sin considerar las pérdidas localizadas, los errores cometidos resultan poco significativos a efectos prácticos. También se suele utilizar el concepto de longitud equivalente para el cálculo de pérdidas localizadas. En este caso, se calcula a partir del diámetro de la tubería y de los valores tabulados para cada tipo de elemento que pueda producir una pérdida localizada, una longitud que, multiplicada por las pérdidas unitarias J, da el valor de las pérdidas localizadas.